

AG 2021 Pflichtteil Analysis

Aufgabensatz 1

Aufgabe 1

$$g(x) = e^{-2x+1}$$

a)

$$m = g'\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$g'(x) = -2e^{-2x+1}$$

$$g'\left(\frac{1}{2}\right) = -2e^{-2 \cdot \frac{1}{2} + 1}$$

$$g'\left(\frac{1}{2}\right) = -2$$

$$\hookrightarrow \underline{m = -2}$$

b)

$$y = m \cdot x + b$$

$$y = g\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$g\left(\frac{1}{2}\right) = e^{-2 \cdot \frac{1}{2} + 1}$$

$$g\left(\frac{1}{2}\right) = 1$$

$$\rightarrow \underline{B\left(\frac{1}{2} | 1\right)}$$

$$1 = -2 \cdot \frac{1}{2} + b$$

$$1 = -1 + b \quad | +1$$

$$\underline{2 = b}$$

$$\underline{t(x) = -2x + 2} \quad \text{Tangente}$$

$$\text{Nullstelle: } t(x) = 0$$

$$-2x + 2 = 0 \quad | -2$$

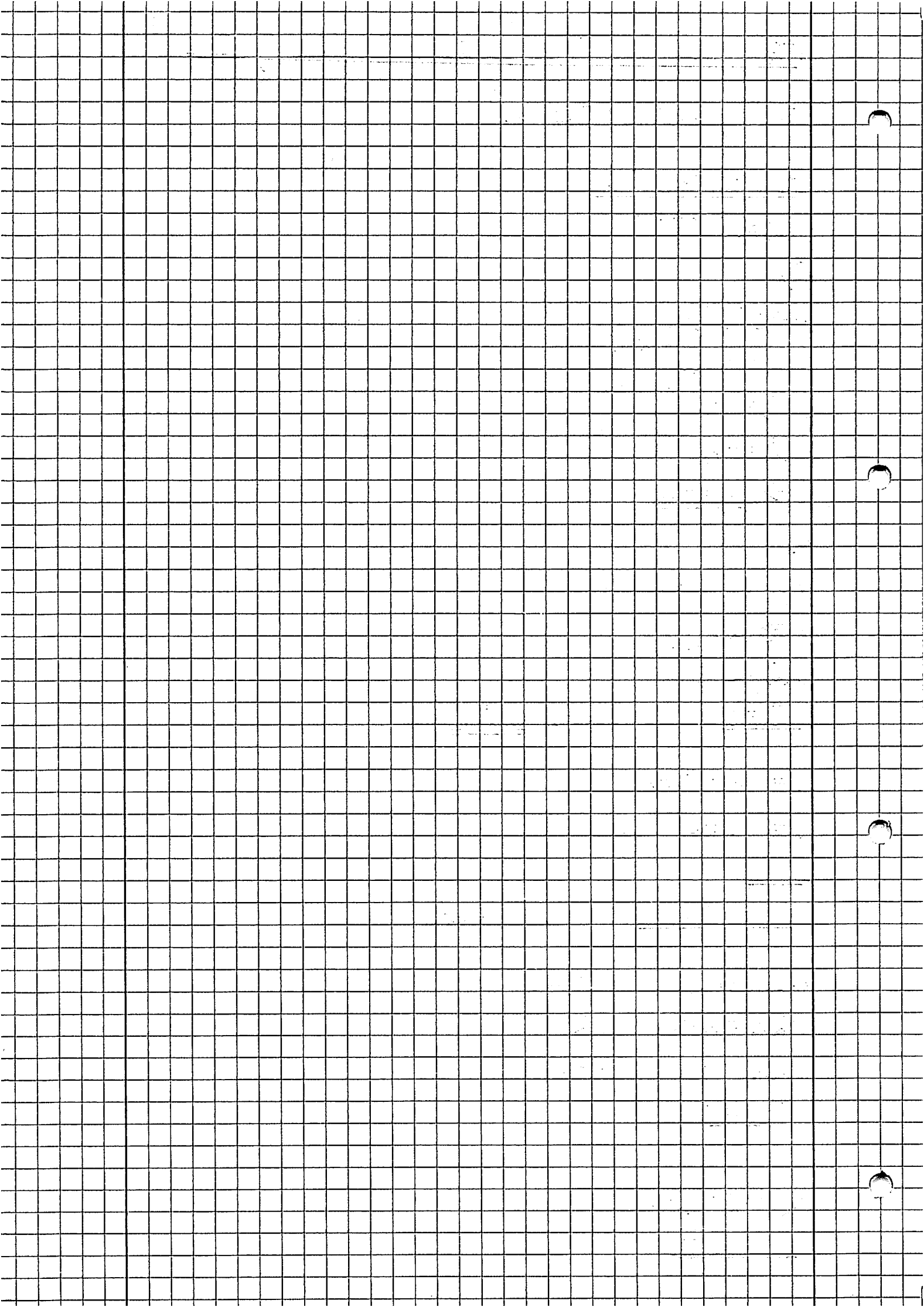
$$-2x = -2 \quad | :(-2)$$

$$\underline{x = 1}$$

$$A_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$$

$$A_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2$$

$$\underline{A_{\Delta} = 1 \text{ FE}}$$



Aufgabe 2

$$g(x) = 1 + x^2$$

$$g: y = 2$$

$$h: y = 5$$

$$g(x) = 5$$

$$1 + x^2 = 5 \quad | -1$$

$$x^2 = 4 \quad | \sqrt{}$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = -2$$

Länge Rechteck: 4 LE

Höhe Rechteck: $5 - 2 = 3$ LE

$$A_R = a \cdot b$$

$$A_R = 4 \cdot 3$$

$$\underline{A_R = 12 \text{ FE}}$$

$$g(x) = 2$$

$$1 + x^2 = 2 \quad | -1$$

$$x^2 = 1 \quad | \sqrt{}$$

$$x_3 = 1$$

$$x_4 = -1$$

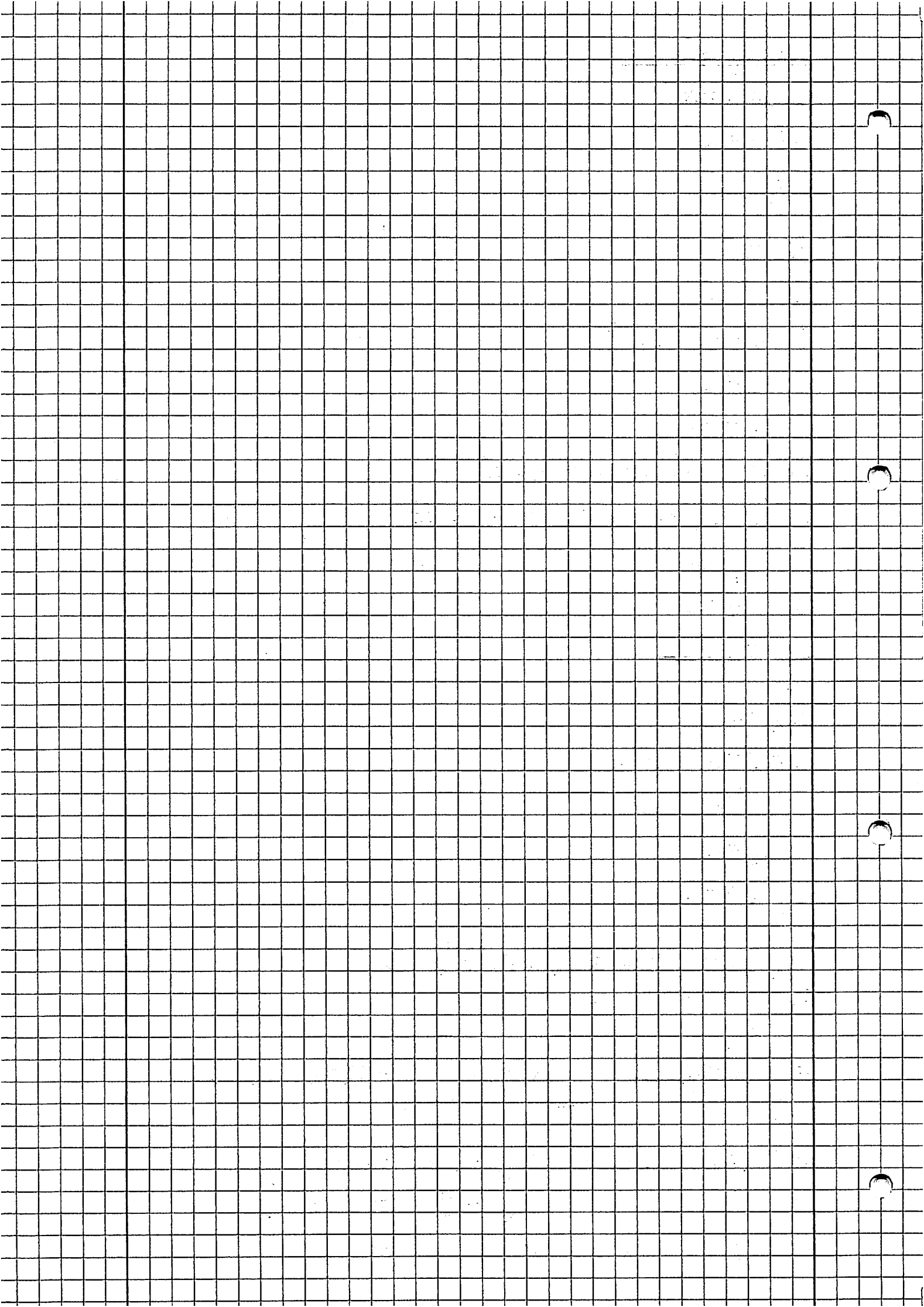
$$\int_{-2}^{-1} (g(x) - 2) dx = \int_{-2}^{-1} (1 + x^2 - 2) dx$$

$$= \int_{-2}^{-1} (x^2 - 1) dx = \left[\frac{1}{3} x^3 - 1x \right]_{-2}^{-1} = F(-1) - F(-2)$$

$$= \frac{1}{3} \cdot (-1)^3 - 1 \cdot (-1) - \left(\frac{1}{3} \cdot (-2)^3 - 1 \cdot (-2) \right)$$

$$= -\frac{1}{3} + 1 - \left(-\frac{8}{3} + 2 \right)$$

$$= -\frac{1}{3} + 1 + \frac{8}{3} - 2$$



$$= \frac{4}{3} - 1$$

$$= \underline{\underline{\frac{1}{3} \text{ FE}}}$$

$$A = 12 - 2 \cdot \frac{4}{3}$$

$$A = 12 - \frac{8}{3}$$

$$12 = \frac{36}{3}$$

$$A = \underline{\underline{\frac{28}{3} \text{ FE}}}$$

Aufgabe 3

a) Senkrechte Asymptoten von $g(x)$

$$N=0$$

$$x^2 + c = 0 \quad | -c$$

$$x^2 = -c \quad | \sqrt{}$$

$$x_1 = +\sqrt{-c} \quad c \leq 0$$

$$x_2 = -\sqrt{-c}$$

Für $c < 0$ gibt es zwei einfache Nullstellen $\rightarrow$ jeweils mit VZW.

Für $c = 0 \rightarrow$ doppelte Nullstelle bei $x = 0$

Das Schaubild hat eine doppelte Nullstelle im Nenner bei $x = 1$.

$\Rightarrow g(x)$ zeigt nicht das Schaubild

b)

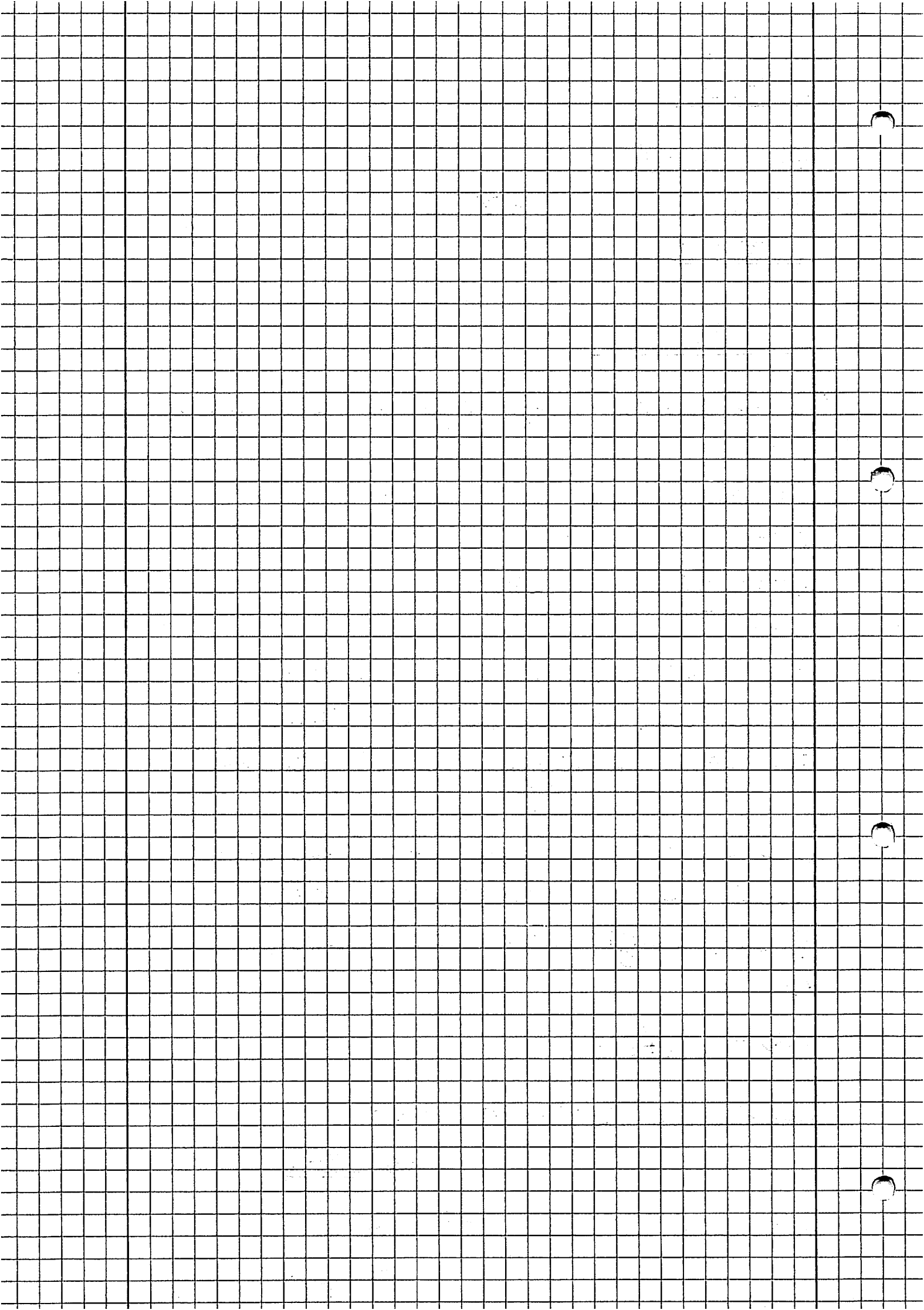
$$g(x) = a + \frac{b}{(x+c)^2}$$

senkrechte Asymptote: $x = 1$

$$\hookrightarrow \underline{\underline{c = -1}}$$

waagerechte Asymptote: $y = 4$

$$\hookrightarrow \underline{\underline{a = 4}}$$



$$g(x) = 4 + \frac{b}{(x-1)^2}$$

$$P(0|0) \rightarrow g(0) = 0$$

$$4 + \frac{b}{(0-1)^2} = 0$$

$$4 + b = 0 \quad | -4$$

$$\underline{\underline{b = -4}}$$

Aufgabe 4

(1)

$f(x)$ N E W

$g(x)$ N E W

$g(x)$ hat in diesem Intervall zwei Nullstellen:

$x_1 = 1$ mit VZW von $\ominus \rightarrow \oplus \Rightarrow TP$

$x_2 \approx 3,3$ mit VZW von $\oplus \rightarrow \ominus \Rightarrow HP$

$\Rightarrow$ Die Aussage ist richtig

(2)

$$g(x) = f(x) + 5x$$

streng monoton steigend: $g'(x) > 0$

$$g'(x) = f'(x) + 5$$

Die kleinste Steigung bei $x \approx 3,5$ beträgt

$$m \approx -2,2$$

$$\begin{aligned} g_{\min}'(x) &= -2,2 + 5 \\ &= 2,8 \end{aligned}$$

Alle anderen Steigungswerte sind demnach größer als 2,8

$\Rightarrow$ Die Aussage ist richtig.

